UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD.
CURSO 2002-2003. MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : \mathrm{R} \rightarrow \mathrm{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene un punto de derivada nula en $x = 1$ que no es extremo relativo y que $f(1) = 1$. Calcula a, b y c.

Ejercicio 2. Sea $f : \mathrm{R} \rightarrow \mathrm{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 - 2x + 2$.
(a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.
(b) [1'75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la grafica de f, la recta tangente obtenida y el eje OY.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -5 & 0 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$, halla la matriz X que cumple que $A.X = (B.A^t)^t$.

Ejercicio 4. Considera el punto $P(-2, 3, 0)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x+y+z+2 = 0 \\ 2x-2y+z+1 = 0 \end{cases}$.
(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que pasa por P y contiene a la recta r.
(b) [1'5 puntos] Determina el punto de r más próximo a P.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD.
CURSO 2002-2003. MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : (0; 3) \to \Re$ es derivable en todo punto de su dominio, siendo

$f'(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } 0 < x \leq 2, \\ -x+3 & \text{si } 2 < x < 3 \end{cases}$, y que $f(1) = 0$. Halla la expresión analítica de f.

Ejercicio 2. Sea $f : R \to R$ la función continua definida por $f(x) = \begin{cases} |2-x| & \text{si } x < a, \\ x^2-5x+7 & \text{si } x \geq a \end{cases}$, donde a es un número real.
(a) [0'5 puntos] Determina a.
(b) [2 puntos] Halla la función derivada de f.

Ejercicio 3. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m^2 & 1 & 1 \\ m & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:
(a) [1 punto] Determina los valores de m para los que la matriz A tiene inversa.
(b) [1'5 puntos] Calcula, si es posible, la matriz inversa de A para $m = 2$.

Ejercicio 4. Considera una recta r y un plano π cuyas ecuaciones son, respectivamente,

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \quad (t \in \Re) \\ z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \alpha \\ y = \alpha \quad (\alpha\ \beta \in \Re) \\ z = \beta \end{cases}$$

(a) [1'25 puntos] Estudia la posición relativa de la recta r y el plano π.
(b) [1'25 puntos] Dados los puntos $B(4, 4, 4)$ y $C(0, 0, 0)$, halla un punto A en la recta r de manera que el triángulo formado por los puntos A, B y C sea rectángulo en B.